Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS GPME

Mathématiques - Groupement C1

Session 2025 • Code sujet : **25MATGRC1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour la plupart des spécialités ; 3 pour Innovation textile (2 options) et Pilotage des procédés**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Modélisations de l’évolution de l’épaisseur moyenne des glaciers** (12 questions) — **Page 3**

2. **Contrôle statistique de la fabrication de forets** (11 questions) — **Page 7**

3. **Ce qu’il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://btsgpme.fr/assets/annales/bts-gpme/E2 - Mathématiques/2025/BTS GPME - E2 - Mathématiques - Session 2025 - 5-Sujet.pdf

1. Modélisations de l'évolution de l'épaisseur moyenne des glaciers

À partir des variations d'épaisseur moyenne des glaciers mondiaux par rapport à 1956, l'exercice exploite des données de 1960 à 2023 et leur nuage de points. Il compare un ajustement exponentiel par transformation logarithmique, un modèle issu d'une équation différentielle et l'étude d'une fonction exponentielle.

Partie A - Première modélisation

Question 1. À partir du nuage de points des données, indiquer si un ajustement affine de y en x semble approprié et justifier la réponse.

Le nuage est décroissant, mais les points ne sont pas approximativement alignés : la baisse s'accentue lorsque le rang augmente. La courbure observée rend un ajustement affine peu approprié.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non : les points du nuage ne sont pas approximativement alignés.

Question 2. Pour chaque valeur y_i, calculer $z_i = \ln(-y_i)$ et compléter les quatre dernières colonnes du tableau. Arrondir les résultats au millième.

On calcule chaque valeur avec $z_i = \ln(-y_i)$, puis on arrondit au millième.

x_i	**40**	**50**	**60**	**63**
y_i	−13	−18	−27	−30
z_i	2,565	2,890	3,296	3,401

Par exemple, $\ln(13) \approx 2,565$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Pour les rangs $40, 50, 60, 63$: $2,565;\ 2,890;\ 3,296;\ 3,401$.

Question 3. Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite d'ajustement de z en x. Arrondir les coefficients au millième.

La régression des huit couples (x_i, z_i), avec $z_i = \ln(-y_i)$, donne une pente d'environ $0,040891$ et une ordonnée à l'origine d'environ $0,867470$.

Après arrondi au millième : $z = 0,041x + 0,867$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $z = 0,041x + 0,867$.

Question 4. **Déduire un ajustement de y en x de la forme y = A e^(ax), où A et a sont deux constantes réelles. Arrondir A au centième et a au millième.**

Comme $z = \ln(-y)$, la droite ajustée donne $\ln(-y) = 0,041x + 0,867$.

1. On exponentie : $-y = e^{0,867}e^{0,041x}$.
2. Ainsi, $A = -e^{0,867} \approx -2,38$ et $a = 0,041$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y \approx -2,38e^{0,041x}$.

Question 5. **Avec le modèle obtenu, estimer l'épaisseur moyenne perdue par les glaciers en 2030. Arrondir le résultat à l'unité.**

En 2030, le rang vaut $x = 2030 - 1960 = 70$. Le modèle donne alors :

$$y(70) = -2,38e^{0,041\times 70} \approx -41,98.$$

La perte d'épaisseur correspond à la valeur absolue de cette variation.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Perte moyenne estimée en 2030 : 42 m.

Partie B - Deuxième modélisation

Question 1. **Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' - 0,041y = 0 sur [0 ; +∞[.**

L'équation s'écrit $y' = 0,041y$. Les solutions d'une équation différentielle de la forme $y' = ay$ sont $y(x) = Ce^{ax}$, où C est une constante réelle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(x) = Ce^{0,041x}$, avec $C \in \mathbb{R}$.

Question 2. **Sachant que g(30) = -8, déterminer l'expression de g en fonction de x. Arrondir la constante calculée au millième.**

La solution générale est $g(x) = Ce^{0,041x}$. La condition $g(30) = -8$ impose :

$$C = -8e^{-0,041\times 30} \approx -2,338.$$

On utilise cette constante arrondie au millième dans l'expression de g.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$g(x) = -2,338e^{0,041x}$.

Question 3. Avec ce modèle, estimer au cours de quelle année l'épaisseur moyenne aura diminué de 50 m par rapport à 1956.

On cherche x tel que $g(x) = -50$. En utilisant $g(30) = -8$, on résout $-8e^{0,041(x-30)} = -50$, soit :

1. $x = 30 + \frac{\ln(50/8)}{0,041} \approx 74,697$.
2. L'année correspondante est $1960 + 74,697 \approx 2034,697$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La diminution de 50 m est prévue au cours de l'année 2035.

Partie C - Étude de fonction

Question 1.a. Pour f(x) = -2,3e^(0,04x), calculer f'(x) pour x appartenant à [0 ; +∞[.

Avec $(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$ et $u(x) = 0,04x$, on obtient $f'(x) = -2,3 \times 0,04e^{0,04x}$ pour tout $x \geq 0$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(x) = -0,092e^{0,04x}$.

Question 1.b. Donner le signe de f'(x) sur [0 ; +∞[, puis en déduire les variations de f sur cet intervalle.

Pour tout $x \geq 0$, $e^{0,04x} > 0$. Le coefficient $-0,092$ étant négatif, $f'(x) < 0$ sur tout l'intervalle.

x	$[0;+\infty[$
$f'(x)$	–
Variations de f	strictement décroissante

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(x) < 0$ sur $[0;+\infty[$, donc f est strictement décroissante.

Question 1.c. **Indiquer si les variations de f sont cohérentes avec le contexte de l'exercice et justifier.**

Oui. La fonction décroissante prend des valeurs de plus en plus négatives. Comme elle représente la variation d'épaisseur par rapport à 1956, cela traduit une perte moyenne qui s'accentue, en cohérence avec les données de l'exercice.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui : les valeurs décroissantes traduisent une perte d'épaisseur qui s'accentue.

Question 2. **Donner la limite de f en +∞, puis expliquer ce que l'on peut penser de cette modélisation sur le long terme et justifier.**

Lorsque $x \to +\infty$, $e^{0,04x} \to +\infty$. Le coefficient étant négatif, on a :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty.$$

Le modèle prévoit une perte d'épaisseur sans limite : il n'est donc pas réaliste à très long terme.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$; le modèle n'est pas réaliste à long terme.

2. Contrôle statistique de la fabrication de forets

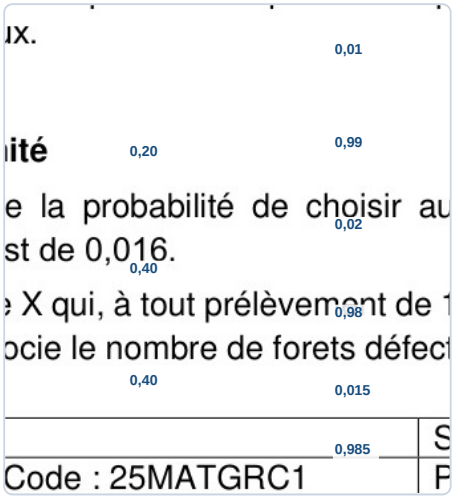
Une entreprise fabrique des forets de 10 mm de diamètre avec trois machines, dont les parts de production et les taux de défaut diffèrent. L'exercice évalue les probabilités conditionnelles, le contrôle d'un prélèvement de 100 forets, la conformité des diamètres de la machine B et un test bilatéral après maintenance de la machine C.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Reproduire et compléter l'arbre en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante pour la machine de fabrication et l'état défectueux ou non défectueux.

Sur les premières branches, inscrire les proportions de production des machines. Sur les branches suivantes, inscrire le taux de défaut de chaque machine, puis son complément pour l'événement contraire.

Arbre complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

A : 0,20 ; B : 0,40 ; C : 0,40. Taux de défaut : A 0,01 ; B 0,02 ; C 0,015. Compléments : 0,99 ; 0,98 ; 0,985.

Question 2. Calculer P(A ∩ D), la probabilité qu'un foret provienne de la machine A et soit défectueux.

On multiplie la proportion de forets issus de A par le taux de défaut de cette machine : $P(A \cap D) = P(A)P_A(D) = 0,20 \times 0,01 = 0,002$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A \cap D) = 0,002$, soit 0,2 %.

Question 3. **Montrer que la probabilité qu'un foret choisi au hasard soit défectueux est P(D) = 0,016.**

Machine	Probabilité d'un foret défectueux issu de cette machine
A	$0,20 \times 0,01 = 0,002$
B	$0,40 \times 0,02 = 0,008$
C	$0,40 \times 0,015 = 0,006$

Les événements A, B et C couvrent toute la production et sont incompatibles. On additionne donc ces trois probabilités : $P(D) = 0,002 + 0,008 + 0,006 = 0,016$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,016$, soit 1,6 %.

Question 4. **Calculer P_D(B), la probabilité qu'un foret provienne de la machine B sachant qu'il est défectueux.**

La probabilité conditionnelle cherchée est $P_D(B) = \dfrac{P(B \cap D)}{P(D)}$.

Or $P(B \cap D) = 0,40 \times 0,02 = 0,008$, et $P(D) = 0,016$. Ainsi, $P_D(B) = 0,008 / 0,016 = 0,5$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_D(B) = 0,5$, soit 50 %.

Partie B - Contrôle de conformité

Question 1. **Expliquer pourquoi le nombre X de forets défectueux dans un prélèvement de 100 suit une loi binomiale et donner les paramètres de cette loi.**

Le prélèvement correspond à 100 tirages avec remise : les tirages sont indépendants et la probabilité de défaut reste égale à 0,016. Chaque tirage comporte deux issues, défaut ou absence de défaut.

1. Nombre de tirages : $n = 100$.
2. Probabilité de défaut à chaque tirage : $p = 0,016$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(100\,;\,0,016)$.

Question 2. **Calculer la probabilité qu'il n'y ait aucun foret défectueux dans le prélèvement de 100 forets. Arrondir au millième.**

La loi binomiale donne $P(X = 0) = (1 - 0,016)^{100} = 0,984^{100}$. Cet événement signifie que les 100 forets sont non défectueux.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 0) \approx 0,199$.

Question 3. **Calculer la probabilité qu'il y ait au plus deux forets défectueux dans le prélèvement de 100 forets. Arrondir au millième.**

« Au plus deux » correspond aux trois cas $X = 0$, $X = 1$ et $X = 2$. En additionnant leurs probabilités binomiales :

$$P(X \leq 2) = 0,984^{100} + 100 \times 0,016 \times 0,984^{99} + \binom{100}{2}(0,016)^2(0,984)^{98} \approx 0,784.$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X \leq 2) \approx 0,784$.

Partie C - Contrôle du diamètre

Question Calcul. **Sachant que le diamètre Y des forets de la machine B suit une loi normale de moyenne 10 mm et d'écart-type 0,02 mm, calculer la probabilité qu'un foret ait un diamètre compris entre 9,95 mm et 10,05 mm et puisse être commercialisé. Arrondir au millième.**

Les bornes sont à 0,05 mm de la moyenne 10 mm. Après centrage et réduction, elles deviennent $(9,95 - 10)/0,02 = -2,5$ et $(10,05 - 10)/0,02 = 2,5$. La probabilité recherchée est donc $P(-2,5 \leq U \leq 2,5)$, où U suit la loi normale centrée réduite, soit environ 0,9876.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La probabilité de commercialisation est $0,988$.

Partie D - Test d'hypothèse

Question 1. **Pour le test bilatéral au seuil d'erreur de 5 %, donner l'hypothèse alternative H_1 à l'hypothèse nulle H_0 : m = 10.**

Le test étant bilatéral, l'hypothèse alternative porte sur un diamètre moyen différent de 10 mm, dans l'un ou l'autre sens.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$H_1 : m \neq 10$.

Question 2. Sous l'hypothèse H_0, déterminer une valeur de h, arrondie au millième, telle que P(10 - h ≤ $\bar{Z}$ ≤ 10 + h) = 0,95.

Sous H_0, la moyenne de la variable aléatoire $\overline{Z}$ est 10 mm et son écart-type vaut 0,009 mm. L'intervalle central à 95 % correspond à $[-1,96 ; 1,96]$ après centrage et réduction. Donc $h = 1,96 \times 0,009 = 0,01764$ mm, arrondi au millième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$h \approx 0,018$ mm.

Question 3. Pour un échantillon de 50 forets dont le diamètre moyen observé est 9,97 mm, décider si l'on peut conclure, au seuil de 5 %, que la machine C est correctement réglée.

La zone de non-rejet est $[10 - h ; 10 + h]$, soit $[9,98236 ; 10,01764]$ mm avec la valeur non arrondie de h. La moyenne observée, 9,97 mm, se situe hors de cet intervalle.

- On rejette H_0 au seuil de 5 %.
- Les résultats ne permettent pas de conclure que la machine C est correctement réglée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

On rejette H_0 : la machine C n'est pas considérée correctement réglée au seuil de 5 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2025)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS Groupement C1, session 2025, code 25MATGRC1, d'une durée de 2 heures et de coefficient 2 ou 3 selon la spécialité. Les deux exercices, notés chacun sur 10 points, étudient l'évolution de l'épaisseur moyenne des glaciers et le contrôle statistique de forets. Les compétences évaluées portent sur les modèles exponentiels, les équations différentielles, les probabilités et les tests statistiques.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y = A e^(ax) avec y négatif, poser z = ln(-y) donne une relation affine z = ln(-A) + ax.
- Les solutions de y' - ky = 0 sont y(x) = C e^(kx), où C est une constante réelle.
- Pour n tirages indépendants avec une probabilité p de défaut, le nombre de défauts suit la loi binomiale B(n, p).
- Un test bilatéral au seuil de 5 % utilise, sous H_0, l'intervalle central contenant 95 % de la loi de la moyenne.

Points de vigilance & attentes du jury

- Distinguer le rang x, compté depuis 1960, de l'année civile lors de l'interprétation des estimations.
- Respecter les arrondis demandés et garder une précision suffisante dans les calculs intermédiaires.
- Dans l'arbre, placer les probabilités conditionnelles sur les branches et calculer les probabilités de chemins.
- Pour le test bilatéral, comparer la moyenne observée aux deux bornes calculées sous H_0.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment transformer les données des glaciers pour obtenir un ajustement exponentiel ?

Comme les variations y sont négatives, on pose z = ln(-y). Pour y = A e^(ax), avec A négatif, cela donne z = ln(-A) + ax : l'ajustement de z en x est affine.

Q : Comment calculer la probabilité d'obtenir au plus deux forets défectueux ?

Le nombre X de défauts suit la loi binomiale B(100 ; 0,016). La probabilité cherchée est P(X ≤ 2), soit la somme des probabilités d'obtenir zéro, un ou deux forets défectueux.

Q : Comment gérer le temps et les points dans cette épreuve ?

L'épreuve dure 2 heures et comporte deux exercices notés chacun sur 10 points. Les parties de l'exercice 1 sont indépendantes, ce qui permet de changer de modélisation puis de revenir aux questions laissées en attente.

Q : Quel critère permet de conclure dans le test de réglage de la machine C ?

Sous H_0, on construit l'intervalle central de probabilité 0,95 autour de 10 mm. Si la moyenne observée est hors de cet intervalle, on rejette H_0 au seuil de 5 % ; sinon, on ne la rejette pas.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsgpme.fr/assets/annales/bts-gpme/E2 - Mathématiques/2025/BTS GPME - E2 - Mathématiques - Session 2025 - 5-Sujet.pdf

Ressources BTS Gestion de la PME : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.